SIMETRÍA

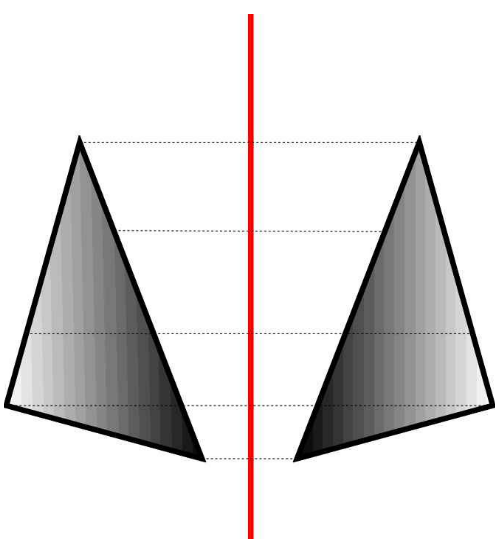
La propia idea de periodicidad lleva implícita la idea (si más no intuitiva) de que ha de existir cierta simetría en los cristales. De hecho, la propia traslación es un elemento de simetría, por bien que solo es apreciable cuando se considera la escala atómica (relaciona grupos de átomos - el motivo -). Por tanto, según se considere el modelo microscópico (a escala atómica) o macroscópico de cristal, la traslación se contemplará como elemento de simetría o no, respectivamente.

El modelo macroscópico del cristal lo considera una masa homogénea y, por tanto, la traslación no formará parte de los elementos de simetría. Mientras que en el modelo microscópico, los vectores traslación relacionan puntos homólogos en los conjuntos de átomos que forman el cristal.

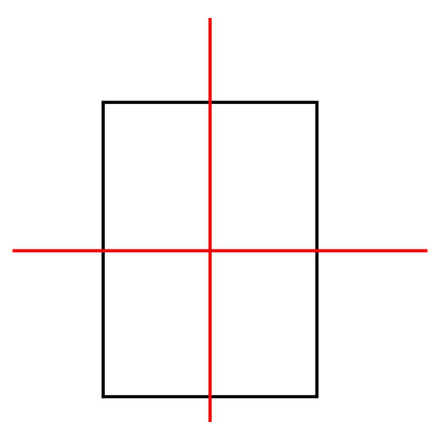
La simetría que describe el modelo macroscópico se llama **simetría puntual o finita**, mientras que la que describe el modelo microscópico se llama, **simetría espacial o infinita**.

En lo que hace referencia a la **SIMETRÍA FINITA** o puntual se puede considerar la simetría respecto de un plano, de un eje o de un punto, y las combinaciones entre estos operadores.

Simetría respecto de un plano

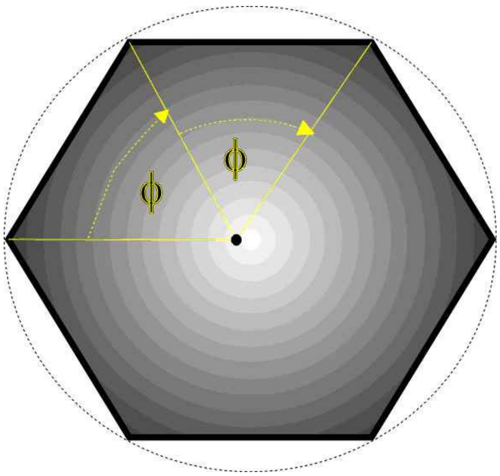


Dos objetos son simétricos respecto de un plano cuando todas las rectas que unen parejas de puntos homólogos en uno y otro son perpendiculares al plano y este determina en todas ellas segmentos iguales.



Un objeto posee simetría respecte de un pla cuando este cumple la anterior condición para dos mitades del objeto.
En Cristalografía se utiliza la notación de Herman-Maugin, en la cual el plano de simetría (o plano de reflexión) se describe como **m**.

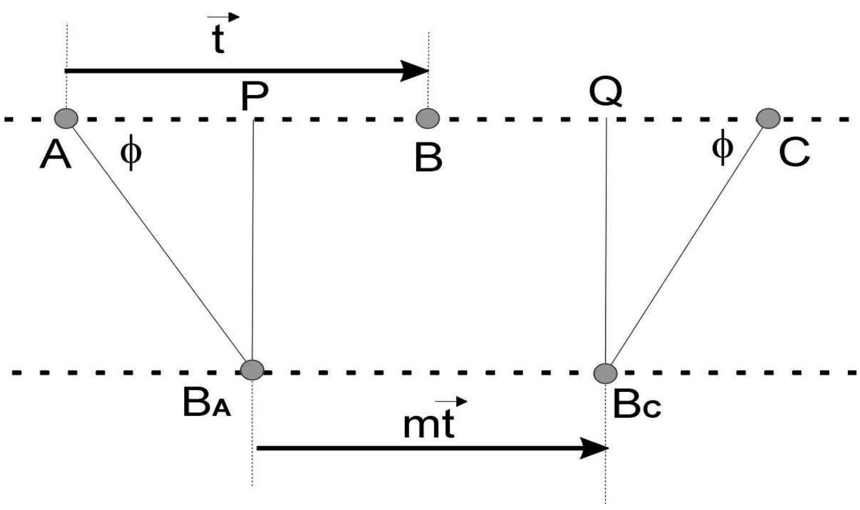
Simetría respecto de una recta (eje de simetría)



En este tipo de simetría, los puntos homólogos de la figura describen arcos iguales, en el mismo sentido alrededor de un eje. Si el giro vale $2\pi/n$, se dice que el eje de simetría es de orden **n**. En la notación de Herman-Maugin, la notación de los ejes se hace con el número de orden **n**.

El hecho de que el cristal sea un medio periódico limita los posibles ordenes de ejes de simetría a 1, 2, 3, 4 y 6, hecho que se puede demostrar a partir de los conceptos de periodicidad explicados anteriormente.

Suponiendo una fila reticular como la de la figura con los nudos A, B y C, donde la traslación a lo largo de la fila es $\vec{t}$. Si en el nudo A hay un eje de simetría, en aplicación del postulado reticular, en cada nudo habrá un eje de simetría igual.



El eje del nudo A relaciona el nudo B con otro situado en B_A, y el que pasa por C relacionará el nudo B con el B_C, ambos girando un ángulo ϕ. Por construcción, los nudos B_A y B_C forman parte de una fila paralela a la anterior (ABC), y por tanto los nudos estarán separados por una traslación múltiple de la que relaciona los nudos A y B, es decir $m\vec{t}$, siendo *m* un número entero (en la figura *m*=1).

Para los puntos B_A y B_C se hacen perpendiculares que intersecan la fila ABC en los puntos P y Q. Por construcción los triángulos AP B_A y AQB_C son rectángulos y por tanto

$$AP = CQ = a \cdot \cos\phi$$

también se cumple que $PQ = m\vec{t}$ y como que CA=AP+PQ+QC sustituyendo queda

$$2 \cdot \vec{t} = 2 \cdot \vec{t} \cdot \cos\phi \quad \text{y dividiendo por 2a} \quad 1 = \cos\phi + {}^{m}\!/_{2} \; (1)$$

el coseno de cualquier ángulo tiene valores entre +1 y -1, los valores extremos de *m* se pueden calcular haciendo

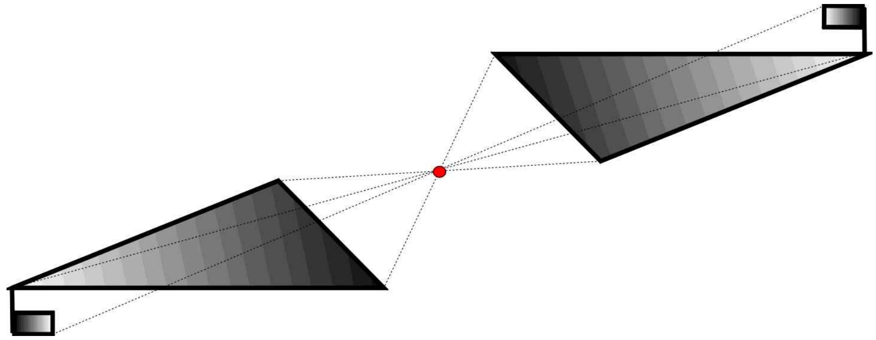
$$1 = 1 + {}^{m}\!/_{2} \quad \text{de donde} \quad m=0$$

y $$1 = -1 + {}^{m}\!/_{2} \quad \text{de donde} \quad m=4$$

Por tanto, en el entorno de los valores 1 y -1 del coseno *m* coge los valores 0, 1, 2, 3 o 4 (hay que recordar que *m* es un número entero). Así pues, sustituyendo los valores posibles de *m* en la ecuación *(1)* se pueden conocer los posibles ángulos de giro, y por tanto, los posibles ordenes de los ejes:

para *m*=0, el ángulo vale 0º o 360º, y el orden del eje es 1
para *m*=1, el ángulo vale 60º, y el orden del eje es 6
para *m*=2, el ángulo vale 90º, y el orden del eje es 4
para *m*=3, el ángulo vale 120º, y el orden del eje es 3, y
para *m*=4, el ángulo vale 180º, y el orden del eje es 2

Es decir, que los ejes posibles en un medio periódico son 1, 2, 3, 4 y 6.



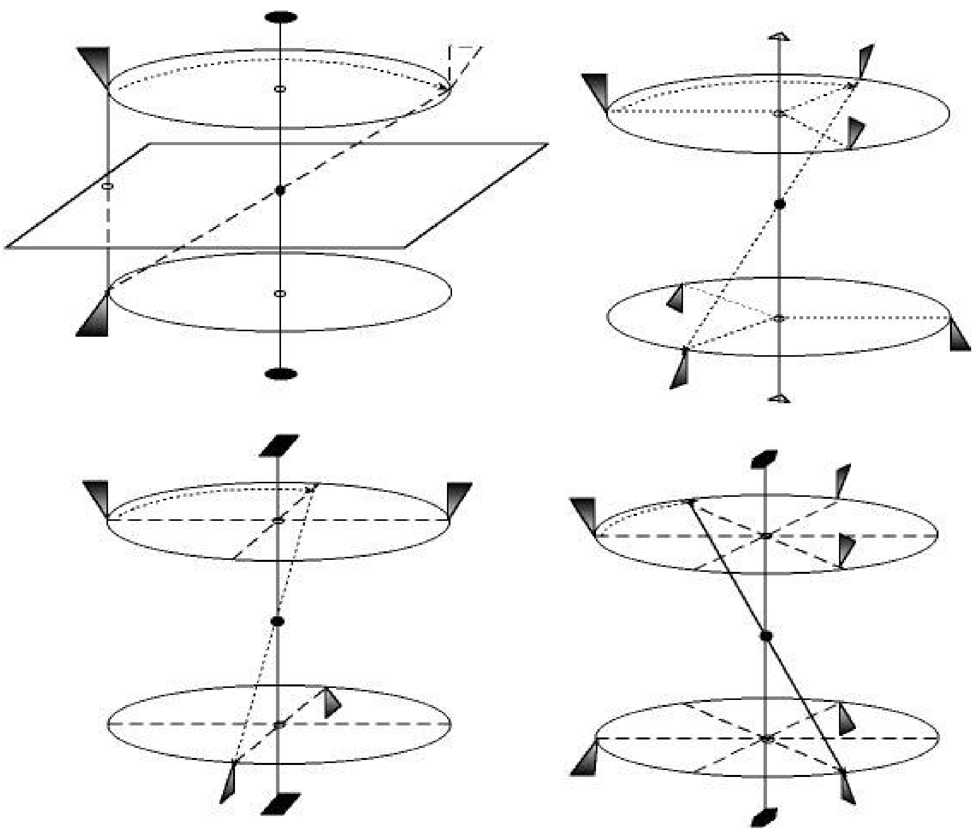
Simetría respecto de un punto
(centro de inversión o de simetría)

Dos figuras son simétricas respecto de un punto cuando las rectas que unen puntos homólogos de las dos se cortan en este punto, el cual determina segmentos iguales

Elementos compuestos de simetría

Existen otros elementos de simetría, la operación de los cuales implica la aplicación sucesiva de dos movimientos correspondientes a dos elementos sencillos de simetría (los anteriormente explicados). Así se pueden deducir **ejes de inversión** y **ejes de reflexión**. En uno y otro caso, la operación consiste en un giro (de acuerdo con el orden del eje) seguido de una inversión o una reflexión, respectivamente.

Se demuestra que todos los ejes de reflexión tienen equivalencia con ejes de inversión, por tanto se deducirán solo estos últimos. En la siguiente figura se han de representar los movimientos de los ejes binarios, ternarios, cuaternarios y senarios de inversión, aplicados a una figura triangular. Se puede apreciar que se cumplen las siguientes equivalencias:



$$\bar{2} \rightarrow m$$

$$\bar{3} \rightarrow 3 + \bar{1}$$

$$\bar{4} \rightarrow \textit{no tiene equivalencia}$$

$$\bar{6} \rightarrow 3/m$$

De hecho, el eje cuaternario de inversión equivale a un cuaternario de reflexión, pero por convenio solo se utiliza el de inversión.

En resumen, los posibles elementos de simetría puntual son

ejes de giro **1, 2, 3, 4** i **6**
plano de simetría **m**
centro de inversión $\bar{1}$
eje de inversión $\bar{4}$

si bien a menudo se usan las notaciones $\bar{3}$ *y* $\bar{6}$ para indicar las correspondientes equivalencias.

VED LA PÁGINA **http://161.116.85.21/crista/elements2D.htm**

PARA LOS MOVIMIENTOS DE LOS ELEMENTOS DE SIMETRÍA EN DOS DIMENSIONES