# RESUMEN DE PROYECCIONES ORTOGONALES Y SIMÉTRICOS

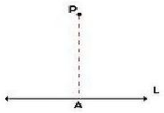
## PROYECCIONES ORTOGONALES

### *Punto sobre Recta*

La proyección ortogonal de P sobre la recta r es un punto Q de la recta que cumple que el segmento PQ es perpendicular a r

Para calcular el punto Q:

- Se calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r
- Se calcula el punto intersección de dicho plano con la recta



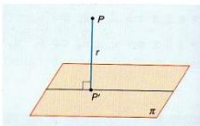

---

### *Punto sobre Plano*

La proyección ortogonal de un punto P sobre un plano es otro punto Q del plano tal que el segmento PQ es perpendicular al plano.

Para calcular el punto Q:

- Hallamos la ecuación de la recta que pasa por P y es perpendicular al plano
- Se calcula el punto intersección de dicha recta con el plano



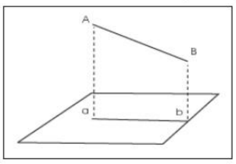

---

### *Recta sobre Plano*

La proyección ortogonal de una recta r sobre un plano es otra recta s contenida en dicho plano tal que el plano que contiene a r y s es perpendicular al plano dado.

Para calcular la recta s:

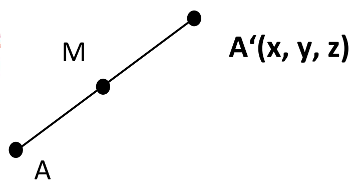
- Se escogen dos puntos cualesquiera de la recta y calculamos su proyección ortogonal sobre el plano
- Se halla la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos




## PUNTOS SIMÉTRICOS

*Punto – Punto*

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MA'}$$




$$\mathbf{M}(m_1, m_2, m_3) = \left(\frac{a_1 + x}{2}, \frac{a_2 + y}{2}, \frac{a_3 + z}{2}\right)$$

$$A'\left(2m_1 - a_1, 2m_2 - a_{2,} 2m_3 - a_3\right)$$

## RESUMEN DE PROYECCIONES ORTOGONALES Y SIMÉTRICOS

*Punto – Recta* : Calculamos la proyección ortogonal del punto sobre la recta y hacemos el simétrico del punto original sobre este nuevo punto.

*Punto – Plano:* Calculamos la proyección ortogonal del punto sobre el plano y hacemos el simétrico del punto original sobre este nuevo punto.

---

### RECTA SIMÉTRICA DE UNA RECTA RESPECTO A UN PLANO

Calculamos dos puntos de la recta y se hallan sus simétricos respecto al plano(Uno de ellos puede ser $r \cap \pi$). La recta que une los puntos simétricos será la recta simétrica respecto al plano.

## CONDICIÓN DE PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD ENTRE PLANOS

**PLANOS PARALELOS**. Los planos son paralelos si son paralelos los vectores normales. Dos vectores son paralelos si los cocientes entre sus componentes homólogas son iguales.

$$A_1x + B_1y + C_1z = D_1 \Rightarrow Vector\ normal\ n_1 = (A_1;\ B_1;\ C_1)$$

$$A_2x + B_2y + C_2z = D_2 \Rightarrow Vector\ normal\ n_2 = (A_2;\ B_2;\ C_2)$$

$$\mathbf{n_1 \parallel n_2 \Leftrightarrow A_1/A_2 = B_1/B_2 = C_1/C_2}$$

El **producto vectorial** de dos **vectores paralelos** en igual al **vector nulo**.

$$\vec{u} \,//\, \vec{v} \rightarrow \qquad \vec{u}\ x \vec{v} = 0$$

**PLANOS PERPENDICULARES**. Los planos son perpendiculares si son perpendiculares los vectores normales. Dos vectores son perpendiculares si su producto escalar es nulo.

$$\mathbf{n_1 \perp n_2 \Leftrightarrow n_1 \bullet n_2 = A_1{\cdot}A_2 + B_1{\cdot}B_2 + C_1{\cdot}C_2 = 0}$$