$y = x^2 e^{-x}$

- **Dominio:** $\mathbb{R}$

- **Asíntotas:**

No tiene asíntotas verticales.

$$\text{lím } f(x) = +\infty; \quad \text{lím } \frac{f(x)}{x} = -\infty \quad \rightarrow \quad \text{Rama parabólica}$$

$$\text{lím } f(x) = +\infty; \quad \text{lím } \frac{x^2}{e^x} = \text{lím } \frac{2x}{e^x} = \text{lím } \frac{2}{e^x} = 0$$

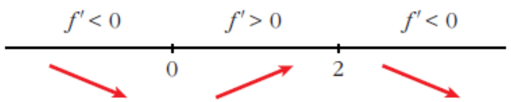
$y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \rightarrow +\infty$ $(f(x) > 0)$.

- **Puntos singulares:** $y = \dfrac{x^2}{e^x}$

$$f'(x) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(2x - x^2)}{e^{2x}} = \frac{2x - x^2}{e^x}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2x - x^2 = 0 \rightarrow x(2 - x) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array} \right.$$

Signo de $f'(x)$:



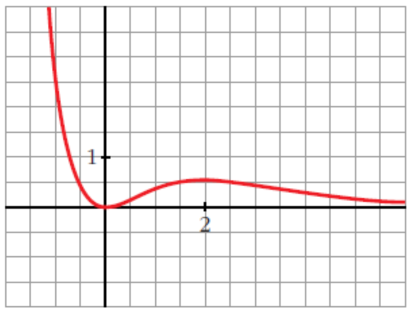
$f(x)$ es decreciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

es creciente en $(0, 2)$

tiene un mínimo en $(0, 0)$

tiene un máximo en $\left(2, \dfrac{4}{e^2}\right)$

- **Gráfica:**



$y = \dfrac{x}{e^x}$

- **Asíntotas:**

No tiene asíntotas verticales.

$$\text{lím } f(x) = -\infty; \quad \text{lím } \frac{f(x)}{x} = +\infty \quad \rightarrow \quad \text{Rama parabólica}$$

$$\text{lím } f(x) = \text{lím } \frac{x}{e^x} = \text{lím } \frac{1}{e^x} = 0$$

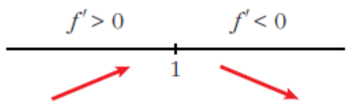
$y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \rightarrow +\infty$ $(f(x) > 0)$.

- **Puntos singulares:**

$$f'(x) = \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(1 - x)}{e^{2x}} = \frac{1 - x}{e^x}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 1 - x = 0 \rightarrow x = 1$$

Signo de $f'(x)$



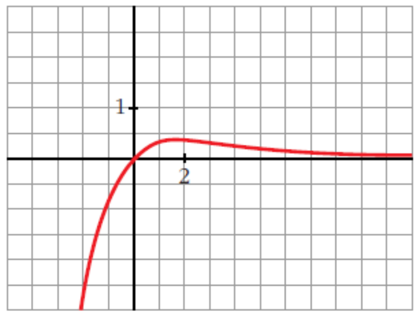
$f(x)$ es creciente en $(-\infty, 1)$

es decreciente en $(1, +\infty)$

tiene un máximo en $\left(1, \dfrac{1}{e}\right)$

- Corta a los ejes en el punto $(0, 0)$.

- **Gráfica:**



$y = \dfrac{\ln x}{x}$

- **Dominio:** $(0, +\infty)$

- **Asíntotas:**

$$\lim f(x) = -\infty \;\rightarrow\; x = 0 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\lim f(x) = \lim \frac{1/x}{x} = 0$$

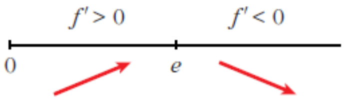
$y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \rightarrow +\infty$ $(f(x) > 0)$.

- **Puntos singulares:**

$$f'(x) = \frac{(1/x) \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \;\rightarrow\; \ln x = 1 \;\rightarrow\; x = e$$

Signo de $f'(x)$:



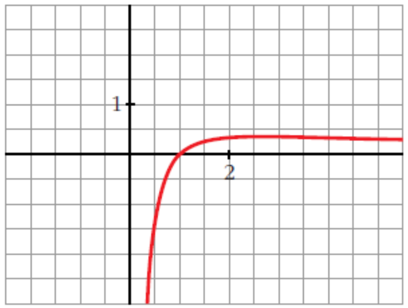
$f(x)$ es creciente en $(0, e)$

es decreciente en $(e, +\infty)$

tiene un máximo en $\left(e, \dfrac{1}{e}\right)$

- Corta al eje X en $(1, 0)$.

- **Gráfica:**



$y = \ln(x^2 - 1)$

- **Dominio:** $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

- **Asíntotas:**

$$\lim f(x) = -\infty \;\rightarrow\; x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\lim f(x) = -\infty \;\rightarrow\; x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim f(x) = +\infty; \quad \lim \dfrac{f(x)}{x} = 0 \\ \lim f(x) = +\infty; \quad \lim \dfrac{f(x)}{x} = 0 \end{array}\right\} \text{Ramas parabólicas}$$

- **Puntos singulares:**

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$f'(x) = 0 \;\rightarrow\; 2x = 0 \;\rightarrow\; x = 0$$

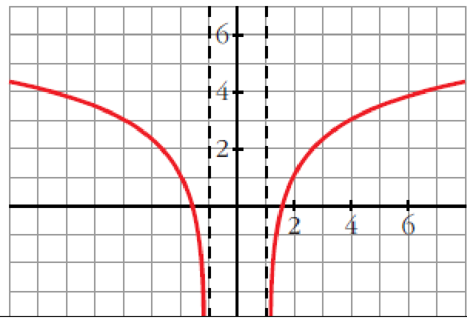
No hay puntos singulares ($x = 0$ no pertenece al dominio).

- **Puntos de corte con el eje** X**:**

$$\ln(x^2 - 1) = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 1 = 1 \;\rightarrow\; x^2 = 2 \left\langle \begin{array}{l} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{array}\right.$$

Puntos: $(-\sqrt{2}, 0)$ y $(\sqrt{2}, 0)$

- **Gráfica:**

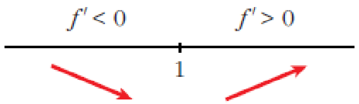


$y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x$. Esta función se denomina coseno hiperbólico de x.

- $f'(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

  $f'(x) = 0 \ \rightarrow \ e^x - e^{-x} = 0 \ \rightarrow \ x = 0 \ \rightarrow \ y = 1$

  Signo de $f'(x)$:

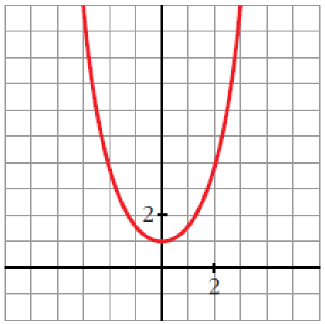


Hay un mínimo en $(0, 1)$.

- $f''(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

  $f''(x) = 0 \ \rightarrow$ no tiene solución $\rightarrow$ no hay puntos de inflexión

- **Gráfica:**



$y = (x - 1)e^x$

- **Dominio:** $\mathbb{R}$

- **Asíntotas:**

  No tiene asíntotas verticales.

  $\lim f(x) = \lim (-x - 1)e^{-x} = \lim \dfrac{-x - 1}{e^x} = \lim \dfrac{-1}{e^x} = 0$

  $y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \rightarrow -\infty$ $(f(x) < 0)$.

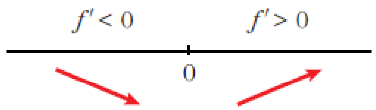
  $\lim f(x) = +\infty; \quad \lim \dfrac{f(x)}{x} = +\infty \ \rightarrow$ Rama parabólica

- **Puntos singulares:**

  $f'(x) = e^x + (x - 1)e^x = e^x(1 + x - 1) = xe^x$

  $f'(x) = 0 \ \rightarrow \ x = 0$

  Signo de $f'(x)$:



$f(x)$ es decreciente en $(-\infty, 0)$

es creciente en $(0, +\infty)$

tiene un mínimo en $(0, -1)$

- Corta al eje X en $(1, 0)$.

- **Gráfica:**