Geometría I

1º Bachillerato B 26-02-2013

Nombre:____

1. Escribe el vector $\vec{a} = (0,17)$ como combinación lineal de $\vec{b} = \left(\frac{1}{5}, 3\right)$ y $\vec{c} = (-1,2)$

2. Dados los vectores $\vec{u} = (2, x)$ y $\vec{v} = (3, -2)$

a. Calcula un vector unitario en la dirección de $\vec{v}$ y de sentido opuesto.

b. Halla el valor de x para que:

i. los vectores sean paralelos

ii. Para que los vectores sean perpendiculares.

iii. Formen un ángulo de 60º

3.

a) Realiza la siguiente operación con complejos en forma binómica.

$$\frac{\left(4+3i^3\right) - (5+i)\cdot(2+3i)}{2-4i^5}$$

b) Calcula: $(-2+2\sqrt{3}i)^4$

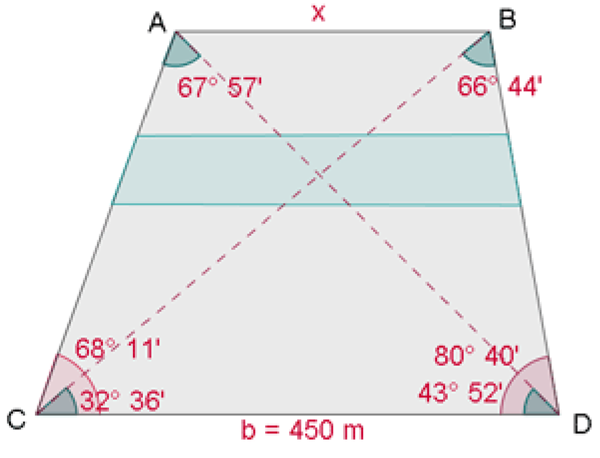
c) Dado el número: $z = -8 - 8\sqrt{3}i$ Calcula $\sqrt[4]{z}$ en forma polar y representa los afijos de las raíces.

4. De cierto triángulo se conocen los siguientes elementos: a =12 cm y b = 10 cm, y su área, que es de 40 cm^2.

a) Determina los ángulos.

b) La longitud del tercer lado y la longitud de la altura sobre el lado mayor.

5. Calcula la distancia que hay entre dos puntos inaccesibles A y B de la siguiente figura:



1

$$(0,\ 17) = m \cdot \left(\frac{1}{5},\ 3\right) + n \cdot (-1, 2)$$

$$(0,\ 17) = \left(\frac{m}{5},\ 3m\right) + (-n,\ 2n)$$

$$(0,\ 17) = \left(\frac{m}{5} - n,\ 3m + 2n\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} 0 = \dfrac{m}{5} - n \\ 17 = 3m + 2n \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 0 = m - 5n \\ 17 = 3m + 2n \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 5n = m \\ 17 = 15n + 2n \quad \rightarrow \quad 17 = 17n \quad \rightarrow \quad n = 1 \end{array}$$

$$m = 5n = 5$$

Por tanto:

$\vec{a} = 5 \cdot \vec{b} + 1 \cdot \vec{c}$, es decir:

$$(0,\ 17) = 5\left(\frac{1}{5},\ 3\right) + (-1,\ 2)$$

2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$2 \cdot 3 + k \cdot (-2) = 0 \qquad k = 3$$

2 Paralelos.

$$\alpha = 0^\circ \qquad \cos 0^\circ = 1$$

$$1 = \frac{2 \cdot 3 + k \cdot (-2)}{\sqrt{4 + k^2} \cdot \sqrt{9 + 4}} \qquad \sqrt{52 + 13k^2} = 6 - 2k$$

$$9k^2 + 24k + 16 = 0 \qquad (3k + 4)^2 = 0$$

$$3k + 4 = 0 \qquad k = -\frac{4}{3}$$

Si tenemos en cuenta que las componentes de dos vectores con la misma dirección son proporcionales, el cálculo se simplifica.

$$\frac{2}{3} = \frac{k}{-2} \qquad k = -\frac{4}{3}$$

3 Forman un ángulo de 60°.

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 3 + k\,(-2)}{\sqrt{52 + 13k^2}} \qquad 3k^2 - 96k + 92 = 0 \qquad \begin{array}{l} k = 31.01 \\ k = 0.99 \end{array}$$

3.b

$$\frac{(4-3i)-(5+i)\cdot(2+3i)}{2-4i}=\frac{(4-3i)-(10+15i+2i-3)}{2-4i}=\frac{(4-3i)-(7+17i)}{2-4i}=\frac{-3-20i}{2-4i}=$$

$$\frac{(-3-20i)\cdot(2+4i)}{(2-4i)\cdot(2+4i)}=\frac{-6-12i-40i+80}{2\cdot 2+4\cdot 4}=\frac{74-52i}{20}=\frac{74}{20}-\frac{52}{20}i=\frac{37}{10}-\frac{13}{5}i$$

Su módulo es $r=\sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}=4$

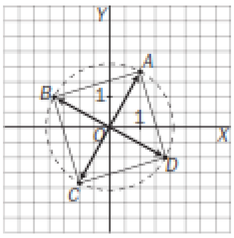
Su argumento es, $\alpha=arctg\left(\frac{2\sqrt{3}}{-2}\right)=arctg(-\sqrt{3})=120^{\circ}$ ya que estamos en el segundo cuadrante.

Así, la potencia quedará $(4_{120})^4=(4)^4{}_{4\cdot 120}=256_{480}=256_{120}$

$z=-8-8\sqrt{3}i=16_{240^{\circ}}$

a) $\sqrt[4]{z}=\sqrt[4]{16_{240^{\circ}}}=\begin{cases} z_1=2_{60^{\circ}}=2_{\frac{\pi}{3}}=1+\sqrt{3}i \\ z_2=2_{150^{\circ}}=2_{\frac{5\pi}{3}}=-\sqrt{3}+i \\ z_3=2_{240^{\circ}}=2_{\frac{4\pi}{3}}=-1-\sqrt{3}i \\ z_4=2_{330^{\circ}}=2_{\frac{7\pi}{3}}=\sqrt{3}-i \end{cases}$

b)



$A(1, \sqrt{3})$ $C(-1, -\sqrt{3})$

$B(-\sqrt{3}, 1)$ $D(\sqrt{3}, -1)$

4

$S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \text{sen}\,\widehat{C}\Rightarrow \text{sen}\,\widehat{C}=\frac{2\cdot 40}{12\cdot 10}=\frac{2}{3}\Rightarrow$

$\Rightarrow \widehat{C}=41^{\circ}\,48'\,38''$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\widehat{C}\Rightarrow c=8{,}07\text{ cm}$

$\cos\widehat{A}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}\Rightarrow \cos\widehat{A}=0{,}13\Rightarrow$

$\Rightarrow \widehat{A}=82^{\circ}\,31'\,49''$

$\widehat{B}=180^{\circ}-(\widehat{A}+\widehat{C})=55^{\circ}\,39'\,33''$

5

$\frac{AC}{sen\,43^{\circ}52'}=\frac{450}{sen\,67^{\circ}57'}$ $AC=336.45m$

$\frac{CB}{sen\,80^{\circ}40'}=\frac{450}{sen\,66^{\circ}44'}$ $CB=483.35m$

$$x^2 = 336.45^2 + 483.35^2 - 2 \cdot 336.45 \cdot 483.35 \cdot \cos(68°11' - 32°36')$$

$$x = 286.902\,m$$