

## Progresiones aritméticas

**8** ■■■ Escribe los cinco primeros términos y  $a_{20}$  de las siguientes progresiones aritméticas:

a)  $a_1 = 1,5$ ;  $d = 2$

b)  $a_1 = 32$ ;  $d = -5$

c)  $a_1 = 5$ ;  $d = 0,5$

d)  $a_1 = -3$ ;  $d = -4$

a) 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5;  $a_{20} = 1,5 + 19 \cdot 2 = 39,5$

b) 32, 27, 22, 17, 12;  $a_{20} = 32 + 19 \cdot (-5) = -63$

c) 5; 5,5; 6; 6,5; 7;  $a_{20} = 5 + 19 \cdot 0,5 = 14,5$

d) -3, -7, -11, -15, -19;  $a_{20} = -3 + 19 \cdot (-4) = -79$

**9** ■■■ Halla, en cada caso, el término general y calcula, después,  $a_{50}$ :

a) 25, 18, 11, 4, ...

b) -13, -11, -9, -7, ...

c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ...

d) -3, -8, -13, -18, ...

a)  $a_1 = 25$ ;  $d = -7$ ;  $a_n = 25 + (n-1)(-7) = 32 - 7n$ ;  $a_{50} = -318$

b)  $a_1 = -13$ ;  $d = 2$ ;  $a_n = -13 + (n-1)2 = -15 + 2n$ ;  $a_{50} = 85$

c)  $a_1 = 1,4$ ;  $d = 0,5$ ;  $a_n = 1,4 + (n-1)0,5 = 0,9 + 0,5n$ ;  $a_{50} = 25,9$

d)  $a_1 = -3$ ;  $d = -5$ ;  $a_n = -3 + (n-1)(-5) = 2 - 5n$ ;  $a_{50} = -248$

**10** ■■■ Halla el primer término y el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a)  $d = 5$ ;  $a_8 = 37$

b)  $a_{11} = 17$ ;  $d = 2$

☞ Ten en cuenta que  $a_8 = a_1 + 7d$ ; sustituye y halla  $a_1$ .

a)  $a_8 = a_1 + 7d \rightarrow 37 = a_1 + 7 \cdot 5 \rightarrow a_1 = 2$

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 5 = -3 + 5n$$

b)  $a_{11} = a_1 + 10d \rightarrow 17 = a_1 + 10 \cdot 2 \rightarrow a_1 = -3$

$$a_n = -3 + (n-1)2 \rightarrow a_n = -5 + 2n$$

**11** ■■■ Halla la diferencia y el primer término de las progresiones aritméticas siguientes:

a)  $a_2 = 18$ ;  $a_7 = -17$

b)  $a_4 = 15$ ;  $a_{12} = 39$

☞  $a_7 = a_2 + 5d$

a)  $a_7 = a_2 + 5d \rightarrow -17 = 18 + 5d \rightarrow d = -7$

$$a_1 = a_2 - d \rightarrow a_1 = 18 - (-7) = 25$$

b)  $a_{12} = a_4 + 8d \rightarrow 39 = 15 + 8d \rightarrow d = 3$

$$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 15 = a_1 + 9 \rightarrow a_1 = 6$$

**12** ■■■ Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a)  $a_1 = 5; d = 2$

b)  $a_1 = -1; a_2 = -7$

c) Los números pares.

d) Los múltiplos de 3.

a)  $a_{20} = 5 + 19 \cdot 2 = 43; S_{20} = \frac{(5 + 43) \cdot 20}{2} = 480$

b)  $d = -7 - (-1) = -6; a_{20} = -1 + 19 \cdot (-6) = -115$

$$S_{20} = \frac{[-1 + (-115)] \cdot 20}{2} = -1160$$

c)  $d = 2, a_1 = 2, a_{20} = 2 + 19 \cdot 2 = 40$

$$S_{20} = \frac{(2 + 40) \cdot 20}{2} = 420$$

d)  $a_1 = 3, d = 3, a_{20} = 3 + 19 \cdot 3 = 60$

$$S_{20} = \frac{(3 + 60) \cdot 20}{2} = 630$$

**13** ■■■ ¿Qué lugar ocupa un término cuyo valor es 56 en la progresión aritmética definida por  $a_1 = 8$  y  $d = 3$ ?

$$56 = 8 + (n - 1) \cdot 3 \rightarrow 56 = 5 + 3n \rightarrow n = 17$$

**14** ■■■ Escribe los cinco primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

a)  $a_1 = 0,3; r = 2$

b)  $a_1 = -3; r = \frac{1}{2}$

c)  $a_1 = 200; r = -0,1$

d)  $a_1 = \frac{1}{81}; r = 3$

a) 0,3; 0,6; 1,2; 2,4; 4,8; ...

b)  $-3, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{8}, -\frac{3}{16}, \dots$

c) 200; -20; 2; -0,2; 0,02; ...

d)  $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots$

**15** ■■■ Halla, en cada una de las sucesiones siguientes, el término general:

a) 20; 8; 3,2; 1,28; ...

b) 40, 20, 10, 5, ...

c) 6; -9; 13,5; -20,25; ...

d) 0,48; 4,8; 48; 480; ...

a)  $a_n = 20 \cdot 0,4^{n-1}$

b)  $a_n = 40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

c)  $a_n = 6 \cdot (-1,5)^{n-1}$

d)  $a_n = 0,48 \cdot 10^{n-1}$

**16** ■■■ Calcula la razón y el primer término de las progresiones geométricas siguientes:

a)  $a_1 = \frac{1}{81}$ ;  $a_3 = \frac{1}{9}$

b)  $a_2 = 0,6$ ;  $a_4 = 2,4$

a)  $a_3 = a_1 r^2 \rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{81} \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 9 \rightarrow r = \pm 3$

Hay dos soluciones

Si  $r = 3$ :  $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \dots$

Si  $r = -3$ :  $\frac{1}{81}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{3}, \dots$

b)  $a_4 = a_2 \cdot r^2 \rightarrow 2,4 = 0,6 \cdot r^2 \rightarrow r = \pm 2$

Hay dos soluciones:

Si  $r = 2$ :  $0,3; 0,6; 1,2; 2,4; 4,8; \dots$

Si  $r = -2$ :  $-0,3; 0,6; -1,2; 2,4; -4,8; \dots$

**17** ■■■ Halla el primer término y escribe el término general de las siguientes progresiones:

a)  $a_3 = 3$ ;  $r = \frac{1}{10}$

b)  $a_4 = 20,25$ ;  $r = -1,5$

a)  $a_3 = a_1 r^2 \rightarrow 3 = a_1 \left(\frac{1}{10}\right)^2 \rightarrow a_1 = 300$ ;  $a_n = 300 \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

b)  $a_4 = a_1 r^3 \rightarrow 20,25 = a_1 (-1,5)^3 \rightarrow a_1 = -6$ ;  $a_n = -6 \cdot (-1,5)^{n-1}$

**18** ■■■ Calcula la suma de los diez primeros términos de las progresiones geométricas siguientes:

a)  $a_1 = 5$ ;  $r = 1,2$

b)  $a_1 = 5$ ;  $r = -2$

a)  $S_{10} = \frac{5 \cdot 1,2^{10} - 5}{1,2 - 1} = 129,8$

b)  $S_{10} = \frac{5 \cdot (-2)^{10} - 5}{-2 - 1} = -1705$

**19** ■■■ Halla la suma de los infinitos términos de las progresiones geométricas siguientes:

a)  $a_1 = 4$ ;  $r = \frac{1}{3}$

b)  $a_1 = 17$ ;  $r = 0,95$

a)  $S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{4}{1 - (1/3)} = 6$

b)  $S_{\infty} = \frac{17}{1 - 0,95} = 340$

**20** ■■■ Identifica las progresiones aritméticas, las geométricas y las que no son progresiones. Obtén el término general de cada una:

a)  $1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \dots$

b)  $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots$

c)  $0,2; 0,02; 0,002; \dots$

d)  $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

a) Progresión aritmética,  $d = \frac{1}{8}$ . Término general:  $a_n = 1 + (n-1) \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}n$

b) No es progresión. Término general:  $a_n = \sqrt{n}$

c) Progresión geométrica,  $r = 0,1$ .

Término general:  $a_n = 0,2 \cdot (0,1)^{n-1}$

d) No es progresión.

Los numeradores 2, 3, 4, 5, ... forman una progresión aritmética cuyo término general es  $n + 1$ .

Los denominadores 1, 2, 3, 4, ... forman una progresión aritmética de término general  $n$ .

Término general de la sucesión:  $a_n = \frac{n+1}{n}$

**21** ■■■ Calcula la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que  $a_1 = 1\,000$  y  $a_4 = 8$ .

¿Se puede hallar la suma de sus infinitos términos?

$$a_4 = a_1 r^3 \rightarrow 8 = 1\,000 \cdot r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{8}{1\,000}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$S_5 = \frac{a_1 r^5 - a_1}{r - 1} = \frac{1\,000 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 - 1\,000}{\frac{1}{5} - 1} = 1\,249,6$$

Se puede hallar la suma de sus infinitos términos, porque la razón está comprendida entre  $-1$  y  $1$ .

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{1\,000}{1 - 1/5} = 1\,250$$

**22** ■■■ En un teatro, la primera fila dista del escenario 4,5 m, y la octava, 9,75 m.

a) ¿Cuál es la distancia entre dos filas?

b) ¿A qué distancia del escenario está la fila 17?

a)  $a_8 = a_1 + 7d \rightarrow 9,75 = 4,5 + 7d \rightarrow d = 0,75$  m

La distancia entre dos filas es 0,75 m.

b)  $a_{17} = a_1 + 16 \cdot d = 4,5 + 16 \cdot 0,75 = 16,5$  m está la fila 17.

