4º ESO A
Octubre 2014

REPASO EJERCICIOS DE ESTADÍSTICA Y COMBINATORIA

1. **El peso medio de los alumnos de una clase es de 58,2 kg, y su desviación típica, 3,1 kg. El de las alumnas de esa clase es 52,4 kg y su desviación típica es 5,2 kg. Calcula el coeficiente de variación y compara la dispersión de ambos grupos.**

2. **Halla la media,la mEdiana, la moda, la desviación típica y el coeficiente de variación en las siguientes distribuciones: Haz una representación grafica de las distribuciones.**

x_i	f_i
0	12
1	9
2	7
3	6
4	3
5	3

INTERVALO	f_i
1,65-2,05	4
2,05-2,45	5
2,45-2,85	13
2,85-3,25	17
3,25-3,65	8
3,65-4,05	3

3. **Un determinado modelo de automóvil se fabrica con dos tipos de motores: diésel y gasolina. En cinco colores: blanco, rojo, azul, verde y negro, y con tres terminaciones: básica, semilujo y lujo. ¿Cuántos modelos diferentes se fabrican?**

4. **Se lanzan al aire 2 dados cúbicos con las caras numeradas del 1 al 6 y, cuando caen al suelo, se anota el resultado de la cara superior. Forma un diagrama en árbol para calcular los diferentes resultados que se pueden obtener. ¿Y si se lanzan tres dados cúbicos?**

5. **Utilizando un diagrama en árbol, calcula el número de resultados posibles al extraer una bola de una urna que contiene una azul y otra roja, y a la vez que se lanza un dado cúbico y una moneda.**

6. **Un partido político tiene 18 candidatos para formar las listas de unas elecciones. ¿De cuántas formas diferentes se pueden ordenar a los 4 primeros de las listas?**

6b ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5?
¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos del 0 al 9?

7. **En España, las matrículas de los coches están representadas por 4 números, repetidos o no, seguidos de tres letras consonantes repetidas o no, exceptuando la ñ, q, ll y ch. ¿Cuántos coches se podrán matricular con este sistema?**

8. **Pedro tiene que colocar en una estantería 24 libros y un diccionario.**
   ¿De cuántas formas diferentes los puede colocar?
   ¿De cuántas maneras distintas los puede ordenar si quiere que el diccionario quede siempre el primero por la izquierda?

9. **Se han reunido 5 amigos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado si se han saludado todos entre sí?**

10. **¿Cuántas carreteras hay que construir para comunicar siete pueblos de manera que cada dos pueblos queden unidos por una carretera?**

11. Con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar? ¿Y cuántos números de cuatros cifras diferentes se pueden formar?

12. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar 12 alumnos en los cuatro asientos de la primera fila de una clase? ¿Y si el primer puesto está reservado siempre para el delegado?

13. Los alumnos del último curso de un centro escolar desean formar una comisión con 3 alumnas y 2 alumnos para organizar el viaje de fin de curso. El número total de alumnas es de 25 y el de alumnos es de 20. ¿De cuántas formas distintas pueden completar dicha comisión?

14. Con las letras de la palabra EUROPA, ¿cuántos grupos de 4 letras se pueden formar? ¿Cuántos de ellos acaban en vocal?

15. Halla el valor de *x* en estas igualdades.

a) $3V_{x,2} = 10C_{x-1,2}$ b) $5V_{x,3} = V_{x+2,3}$

16. En un intercambio cultural, el monitor responsable desea distribuir por parejas a los 24 alumnos que participan para completar los asientos del autobús que van a utilizar en los desplazamientos. ¿De cuántas formas puede realizarlo?
Si hay 8 alumnos del mismo país, ¿en cuántas disposiciones estos 8 alumnos no están emparejados entre ellos?

17. La contraseña de acceso a la cuenta de cierto correo electrónico está formada por 8 caracteres: los 5 primeros son dígitos del 1 al 9, y los 3 últimos son vocales. Cuántas contraseñas distintas se pueden formar

18. Con las 27 letras independientes del alfabeto:
¿Cuántos grupos de 5 letras distintas se pueden formar?
¿Cuántos empiezan y terminan con vocal?
¿Cuántos empiezan por consonante y terminan con vocal?

.

19. Halla el valor de *x* en esta igualdad $\binom{24}{13} = \binom{24}{x}$

20. Desarrolla las siguientes potencias:

a) $(3a + 5b)^4$

b) $(2x - 3y)^5$

1,

$$\text{Alumnos} \begin{cases} \bar{x} = 58{,}2 \text{ kg} \\ \sigma = \ \ 3{,}1 \text{ kg} \end{cases} \quad \text{C.V.} = \frac{3{,}1}{58{,}2} = 0{,}053 \ \rightarrow \ 5{,}3\%$$

$$\text{Alumnas} \begin{cases} \bar{x} = 52{,}4 \text{ kg} \\ \sigma = \ \ 5{,}2 \text{ kg} \end{cases} \quad \text{C.V.} = \frac{5{,}2}{52{,}4} = 0{,}099 \ \rightarrow \ 9{,}9\%$$

El peso medio de las alumnas es más variable que el peso de los alumnos.

2.

MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{68}{40} = 1{,}7$

VAR.: $\dfrac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \dfrac{214}{40} - 1{,}7^2 = 2{,}46$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{2{,}46} = 1{,}57$

COEFICIENTE DE VARIACIÓN: $\text{C.V.} = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = 0{,}9235 \ \rightarrow \ 92{,}35\%$

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	12	0	0
1	9	9	9
2	7	14	28
3	6	18	54
4	3	12	48
5	3	15	75
	40	68	214

INTERVALOS	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
1,65 - 2,05	1,85	4	7,4	13,69
2,05 - 2,45	2,25	5	11,25	25,31
2,45 - 2,85	2,65	13	34,45	91,29
2,85 - 3,25	3,05	17	51,85	158,14
3,25 - 3,65	3,45	8	27,6	95,22
3,65 - 4,05	3,85	3	11,55	44,47
		50	144,1	428,12

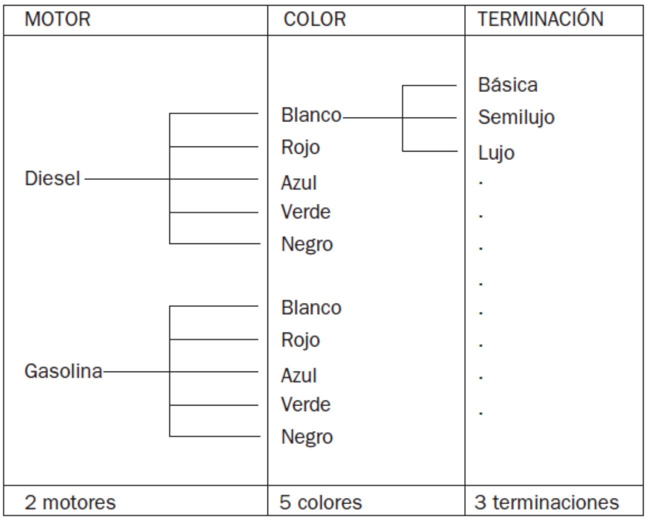
$$\bar{x} = \frac{144{,}1}{50} = 2{,}9$$

$$\text{VAR.} = \frac{428{,}12}{50} - 2{,}8^2 = 0{,}1524$$

$$\sigma = \sqrt{0{,}1524} = 0{,}39$$

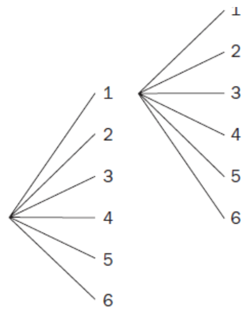
$$\text{C.V.} = \frac{0{,}39}{2{,}9} = 0{,}1345 \ \rightarrow \ 13{,}45\%$$

3,



Por tanto, se fabrican 30 modelos diferentes de coches.

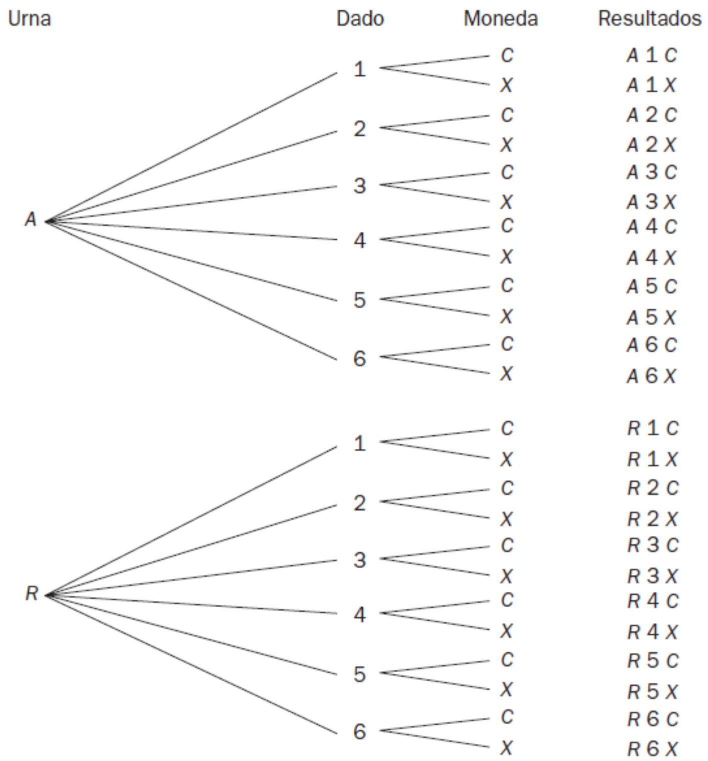
4.



Por tanto, se pueden obtener $6 \cdot 6 = 36$ resultados diferentes.

Para el caso de tres dados, el número de resultados diferentes que se pueden obtener es: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

5.



6.

Se trata de obtener las variaciones sin repetición de 18 elementos tomados de 4 en 4:

$V_{18,4} = 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 = 73\,440$ formas

6b

Se trata de obtener las variaciones con repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3:

$VR_{5,3} = 5^3 = 125$ números

Como ha de ser un número de tres dígitos, el primer dígito tiene que ser distinto de 0. Así que el primer dígito puede ser cualquier cifra del 1 al 9, y el segundo y el tercer dígito pueden ser cualquier cifra del 0 al 9.

Luego habrá $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ números distintos.

7. Formaciones diferentes de los 4 números: $VR_{10,\,4} = 10^4$.

Formaciones diferentes de las 26 letras: $VR_{26,\,3} = 26^3$.

Matrículas diferentes que se pueden formar $= 10^4 \cdot 26^3 = 175\,760\,000$.

8.

a) Se trata de hallar las diferentes maneras de ordenar 25 elementos; por tanto, $P_{25} = 25! = 1{,}55 \cdot 10^{25}$.

b) Se coloca el diccionario a la izquierda, y se trata de hallar las diferentes maneras de ordenar 24 elementos; por tanto, $P_{24} = 24! = 6{,}2 \cdot 10^{23}$.

9.

Como no influye el orden, se trata de hallar el número de combinaciones de 5 elementos tomados de 2 en 2.

$$C_{5,2} = \frac{V_{5,2}}{P_2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ saludos}$$

10.

Se trata de hallar el número de combinaciones de 7 elementos tomados de 2 en 2.

$$C_{7,2} = \frac{V_{7,2}}{P_2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \text{ carreteras}$$

11.

Números de cinco cifras:

Como influye el orden e intervienen todos los elementos, se trata de una permutación de 5 elementos:

$P_5 = 5! = 120$ números

Números de cuatro cifras:

Como influye el orden, no intervienen todos los elementos y estos no se pueden repetir, se trata de obtener las variaciones sin repetición de 5 elementos tomados de 4 en 4:

$V_{5,4} = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ números

12.

Hay 12 alumnos y hay que seleccionar a 4. Como no influye el orden, se trata de calcular el número de combinaciones de 12 elementos tomados de 4 en 4:

$$C_{12,4} = \frac{V_{12,4}}{P_4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495 \text{ formas}$$

Si el primer puesto está reservado para el delegado, hay que seleccionar 3 alumnos de un grupo de 11. Como no influye el orden, se trata de calcular el número de combinaciones de 11 elementos tomados de 3 en 3:

$$C_{11,3} = \frac{V_{11,3}}{P_3} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165 \text{ formas}$$

13.

Formas de completar la comisión: $C_{25,3} \cdot C_{20,2} = \binom{25}{3} \cdot \binom{20}{2} = \dfrac{25!}{22!\,3!} \cdot \dfrac{20!}{18!\,2!} = 437\,000$

14.

Se pueden formar en total: $V_{6,4} = 360$ grupos de 4 letras. En vocal acaban: $4 \cdot V_{5,3} = 240$ grupos.

15.

a) $3V_{x,2} = 10C_{x-1,2}$ ($x \neq 1, 2$, pues si no, $C_{x-1,2}$ no tendría sentido).

$$3 \cdot x \cdot (x-1) = 10 \cdot \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{2} \Rightarrow 3 \cdot x \cdot (x-1) = 5 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \Rightarrow 3x = 5 \cdot (x-2) \Rightarrow x = 5$$

b) $5V_{x,3} = V_{x+2,3}$ ($x \neq 0$, pues si no, $V_{x+2,3}$ no tendría sentido).

$$5 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2) = (x+2) \cdot (x+1) \cdot x \Rightarrow 5 \cdot (x-1) \cdot (x-2) = (x+2) \cdot (x+1) \Rightarrow 5x^2 - 15x + 10 =$$

$$= x^2 + 3x + 2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} = \begin{cases} 4 \\ 2/4 = 1/2 \end{cases}$$

Como $x = \dfrac{1}{2}$ no tiene sentido, entonces $x = 4$.

16.

En total hay $C_{24,2} = 276$ agrupamientos posibles.

En $C_{8,2} = 28$ de esos agrupamientos están los alumnos del mismo país juntos.

Por tanto, en $276 - 28 = 248$, los alumnos del mismo país están mezclados con el resto.

17.

Número de contraseñas distintas: $VR_{9,5} \cdot VR_{5,3} = 9^5 \cdot 5^3 = 7\,381\,125$

18.

a) Grupos de 5 letras distintas: $V_{27,5} = 9\,687\,600$

b) Grupos que empiezan y terminan con vocal:

$V_{25,5}$ (las 3 letras del centro) $\cdot$ $V_{5,2}$ (las posibles ordenaciones de las 5 vocales en el inicio y final) $= 276\,000$

c) Grupos que empiezan por consonante y terminan con vocal:

22 (posibles consonantes) $\cdot$ $V_{25,3}$ (ordenaciones en puestos del centro de todas las letras menos 2) $\cdot$ 5 (posibles vocales al final) $= 1\,518\,000$

19. $$\binom{24}{13} = \binom{24}{x} \Rightarrow x = 24 - 13 = 11$$

20.

a) $(3a + 5b)^4 = 81a^4 + 540a^3b + 1350a^2b^2 + 1500ab^3 + 625b^4$

b) $(2x - 3y)^5 = 32x^5 - 240x^4y + 720x^3y^2 - 1080x^2y^3 + 810xy^4 - 243y^5$