ECUACIONES Y SISTEMAS I

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $\dfrac{x^2-32}{4}+\dfrac{28}{x^2-9}=0$

2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$

3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$

4) $\dfrac{3}{x}-\dfrac{x^2+3}{x}=x^3$

5) $\sqrt{9+x}-5=\dfrac{2x+1}{3}$

6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\dfrac{3}{\sqrt{x+3}}$

7) $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+4}}$

8) $\dfrac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+}}=\dfrac{7}{12}$

9) $\sqrt{x^2-13}+x-13=0$

10) $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{2}+x}=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}}$

11) $\sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=1$

12) $\sqrt{x}-\sqrt{x+2}=\dfrac{6}{\sqrt{x}}$

13) $2x+1+\sqrt{x^2-x+3}=0$

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$

2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$

3) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$

4) $5^x-97\cdot 5^{x/2}+6^4=0$

5) $10^{3-x}=1$

6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984$

7) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$

8) $3^x+3^{1-x}=4$

9) $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$

10) $2^{1-x^2}=\dfrac{1}{8}$

11) $2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=7$

Resuelve los siguientes sistemas:

1) $\begin{cases} 3\cdot 5^x+2\cdot 6^{y+1}=807 \\ 15\cdot 5^{x-1}-6^y=339 \end{cases}$

2) $\begin{cases} lg\,x+lg\,y=3 \\ 2\,lg\,x-2\,lg\,y=-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \lg x-\lg y=\lg 56-\lg 20 \\ \lg x+\lg y=1+\lg 20 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \lg_y(9-x)=1/2 \\ \lg_x(y+9)=2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \lg x+\lg y=2 \\ x-y=20 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \lg x-\lg y=1 \\ x+y=22 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \lg_x(y-18)=2 \\ \lg_y(x+3)=1/2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \lg_2(3^y-1)=x \\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6 \end{cases}$

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2$

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4$

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2$

8) $5\,lg\,\dfrac{x}{2}+2\,lg\,\dfrac{x}{3}=3\,lg\,x-lg\,\dfrac{32}{9}$

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg\,5$

ECUACIONES RACIONALES E IRRACIONALES

Resuelve las siguientes ecuaciones:

	Soluciones		Soluciones
1) $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0$	$x_1=5,\ x_2=-5,\ x_3=4,\ x_4=-4$	**8)** $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}}=\frac{7}{12}$	$x=11$
2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$	$x=2601$	**9)** $\sqrt{x^2-13}+x-13=0$	$x=7$
3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$	$x_1=1,\ x_2=5,$	**10)** $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{2}+x}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}}$ ***	$x=1/6$
4) $\frac{3}{x}-\frac{x^2+3}{x}=x^3$	$x_1=i,\ x_2=-i,$	**11)** $\sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=1$ **	$x=25/64$
5) $\sqrt{9+x}-5=\frac{2x+1}{3}$ *	$x=-5$	**12)** $\sqrt{x}-\sqrt{x+2}=\frac{6}{\sqrt{x}}$ ***	no existe solución
6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\frac{3}{\sqrt{x+3}}$	$x=-2$	**13)** $2x+1+\sqrt{x^2-x+3}=0$ *	$x=-2$
7) $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}=\frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$ ***	$x=5$		

Resolución:

1) $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0 \Leftrightarrow \frac{x^4-41x^2+400}{4(x^2-9)}=0 \Leftrightarrow x^4-41x^2+400=0 \ \wedge\ x^2-9\neq 0$

$$x^2=\frac{41\pm\sqrt{41^2-4\cdot 1\cdot 400}}{2}=\frac{41\pm 9}{2}\begin{cases} x^2=16 & \begin{cases} x=4 \\ x=-4\end{cases} \\ x^2=25 & \begin{cases} x=5 \\ x=-5\end{cases}\end{cases}$$

Existen 4 soluciones reales: ***$x_1=5$, $x_2=-5$, $x_3=4$, $x_4=-4$***

4) $\frac{3}{x}-\frac{x^2+3}{x}=x^3 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x}=x^3 \Leftrightarrow -x=x^3$ *con* $x\neq 0 \Leftrightarrow x^3+x=0$ *y* $x\neq 0 \Leftrightarrow x(x^2+1)=0$ *y* $x\neq 0$

La ecuación $x(x^2+1)=0$ *tiene una solución real y dos complejas:* $\begin{cases} x=0 \\ x^2=-1 \Leftrightarrow x=\pm i\end{cases}$ *; como debe cumplirse* $x\neq 0$, ***la ecuación dada tiene dos soluciones complejas, $x_1=i$, $x_2=-i$, y no tiene soluciones reales.***

2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2 \underset{(1)\ elevando\ al\ cuadrado}{\Rightarrow} 1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}=4 \Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}=3 \underset{(1)}{\Rightarrow} 1+\sqrt{13+\sqrt{x}}=9 \Rightarrow$ ....

$\underset{(1)}{\Rightarrow}$ .... $\Rightarrow$ .... $\underset{(1)}{\Rightarrow}$ ***x=2601***

9) $\sqrt{x^2-13}+x-13=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-13}=13-x \underset{(1)\ elevando\ al\ cuadrado}{\Rightarrow} x^2-13=169-26x+x^2 \Leftrightarrow$ .... $\Leftrightarrow$ ***x = 7***

***** *De forma similar se resuelve el* **5)** *y el* ***13*)**.

3) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1} \underset{(1)\ elevando\ al\ cuadrado}{\Rightarrow} 3x+1=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1 \Leftrightarrow x+1=2\sqrt{2x-1} \underset{(1)}{\Rightarrow}$ ....

Elevando al cuadrado y simplificando resulta $x^2-6x+5=0$, *cuyas soluciones,* ***x=1*** *y* ***x=5,*** *son soluciones de la ecuación dada.*

****** *De forma similar se resuelve el* ***11*)**

6) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\dfrac{3}{\sqrt{x+3}} \underset{(2)}{\Rightarrow} \underset{multiplicando\ por\ \sqrt{x+3}}{\left(\sqrt{x+3}\right)^2+\sqrt{x+6}\cdot\sqrt{x+3}=3} \Rightarrow x+3+\sqrt{(x+6)(x+3)}=3 \Rightarrow \sqrt{x^2+9x+18}=-x \underset{(1)}{\Rightarrow}$

Elevando al cuadrado y simplificando da como solución ***x= -2.***

*** *De forma similar se resuelven los ejercicios* **7)**, **10)** *y* **12).**

8) $\dfrac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}}-\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}}=\dfrac{7}{12} \Rightarrow \dfrac{12\left(\sqrt{x+5}\right)^2}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}-\dfrac{12\left(\sqrt{x-5}\right)^2}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}=\dfrac{7\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}}{12\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+5}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 12(x+5)-12(x-2)=7\sqrt{(x-2)(x+5)} \Rightarrow 84=7\sqrt{x^2+3x-10} \Rightarrow 12=\sqrt{x^2+3x-10} \underset{(1)}{\Rightarrow} 144=x^2+3x-10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+3x-154=0 \Rightarrow x=\frac{-3\pm\cancel{\sqrt{9+616}}}{2}=\frac{-3\pm 25}{2}=\begin{cases} x=-14 \\ \mathbf{x=11} \end{cases}$$

ECUACIONES EXPONENCIALES

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

	Soluciones		*Soluciones*
1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$	$x_1=1/2$ y $x_2=1/5$	**7)** $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$***	$x=10$
2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$	$x=3$	**8)** $3^{x}+3^{1-x}=4$**	$x_1=0$, $x_2=1$
3) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^{x}+3=0$**	$x_1=1$, $x_2=-2$	**9)** $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^{x}=0$	
4) $5^{x}-97\cdot 5^{x/2}+6^{4}=0$**	$x_1=8lg_5 2$, $x_2=8lg_5 3$	**10)** $2^{1-x^2}=\frac{1}{8}$*	$x_1=2$, $x_2=-2$
5) $10^{3-x}=1$*	$x=0$	**11)** $2^{x-1}+2^{x}+2^{x+1}=7$***	$x=1$
6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984$	$x=5$		

Resolución:

1) $5^{2x-1}=\sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=25^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=\left(5^2\right)^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1}=5^{2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 2x-1=2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3} \Leftrightarrow$

$$3\cdot(2x-1)=2\cdot\left(x^2-\tfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow 6x-3=2\cdot x^2-\tfrac{1}{2} \Leftrightarrow 12x-6=4x^2-1 \Leftrightarrow 4x^2-12x_i+5=0 \Leftrightarrow x=\tfrac{1}{2} \text{ ó } x=\tfrac{5}{2}$$

Existen dos soluciones, $x_1=1/2$ y $x_2=1/5$

*****De forma análoga se resuelven los ejercicios **5)** y **11).**

2) $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0 \Leftrightarrow (2^2)^{x+1}+2^{x}\cdot 2^{3}-320=0 \Leftrightarrow 2^{2x+2}+2^{x}\cdot 2^{3}-320=0 \Leftrightarrow 2^{2x}\cdot 2^{2}+2^{x}\cdot 2^{3}-320=0$

$2^{2x}\cdot 2^{2}+2^{x}\cdot 2^{3}-320=0 \quad \Leftrightarrow \quad 4\cdot 2^{2x}+8\cdot 2^{x}-320=0$
Realizamos el cambio $2^{x}=t$, con lo que $2^{2x}=(2^{x})^{2}=t^{2}$ } $4t^2+8t-320=0 \Leftrightarrow t^2+2t-80=0$ $\begin{cases} t_1=8=2^x \\ t_2=-10=2^x \end{cases}$

Existe una única solución real: ***x*** **=3**

******De forma análoga se resuelven los ejercicios **3) , 4)** y **8).**

6) $2^{2x}+2^{2x-1}+2^{2(x-1)}+2^{2x-3}+2^{2(x--2)}=1984 \Leftrightarrow 2^{2x}+2^{2x}\cdot 2^{-1}+2^{2x}\cdot 2^{-2}+2^{2x}\cdot 2^{-3}+2^{2x}\cdot 2^{-4}=1984 \Leftrightarrow$

$$2^{2x}+\frac{2^{2x}}{2}+\frac{2^{2x}}{2^2}+\frac{2^{2x}}{2^3}+\frac{2^{2x}}{2^4}=1984 \Leftrightarrow 2^{2x}+\frac{2^{2x}}{2}+\frac{2^{2x}}{4}+\frac{2^{2x}}{8}+\frac{2^{2x}}{16}=1984$$

$$t+\frac{t}{2}+\frac{t}{4}+\frac{t}{8}+\frac{t}{16}=1984 \Leftrightarrow 16t+8t+4t+2t+t=1984\cdot 16 \Leftrightarrow 31t=1984\cdot 16 \Leftrightarrow t=64\cdot 16=2^{6}\cdot 2^{4}=2^{10}$$

Realizamos el cambio $2^{2x}=$, t

$t=2^{2x}=2^{10} \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow$ **x = 5**

*******De forma análoga se resuelven los ejercicios **7)** y **11).**

9) $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^{x}=0 \quad \Leftrightarrow \frac{4}{e^{3x}}-\frac{5}{e^{x}}+e^{x}=0$

Realizamos el cambio $e^{x}=t$, *con lo que* t $e^{3x}=t^{3}$, *y resolvemos la ecuación:*

$$\frac{4}{t^3}-\frac{5}{t}+t=0 \Leftrightarrow 4-5t^2+t^3=0 \Leftrightarrow t^3-5t^2+4=0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2-4t-4)=0$$

Las soluciones de esta ecuación son: $t_1=1,\ \ t_2=2+2\sqrt{2},\ \ t_3=2-2\sqrt{2}$

De donde obtenemos dos soluciones reales de la ecuación dada:

$$t_1=1=e^{x} \Rightarrow \boldsymbol{x_1=0;} \quad t_2=2+2\sqrt{2}=e^{x} \Rightarrow \boldsymbol{x_2=ln\left(2+2\sqrt{2}\right)}; \quad t_3=2-2\sqrt{2}=2^{x} \text{ no tiene solución real}$$

SISTEMAS EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICOS

Resuelve en los siguientes sistemas:

Soluciones

1) $\begin{cases} 3\cdot 5^x + 2\cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15\cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases}$ *x=3, y=2*

2) $\begin{cases} lg\,x + lg\,y = 3 \\ 2\,lg\,x - 2\,lg\,y = -1 \end{cases}$ *x=10^{5/4}, y=10^{7/4}*

3) $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 56 - \lg 20 \\ \lg x + \lg y = 1 + \lg 20 \end{cases}$ *x=4·35^{1/2}, y=(10/7)·35^{1/2}*

4) $\begin{cases} \lg_y (9-x) = 1/2 \\ \lg_x (y+9) = 2 \end{cases}$ *x=5, y=16*

Soluciones

5) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$ *x=10+10^{1/2}, y=-10+10^{1/2}*

6) $\begin{cases} \lg x - \lg y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$ *x=20, y=2*

7) $\begin{cases} \lg_x (y-18) = 2 \\ \lg_y (x+3) = 1/2 \end{cases}$ *x=3/2, y=81/4*

8) $\begin{cases} \lg_2 (3^y - 1) = x \\ 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = 6 \end{cases}$ *x=3, y=2*

Resolución:

1) $\begin{cases} 3\cdot 5^x + 2\cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15\cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases}$ $\left.\begin{cases} 3\cdot 5^x + 2\cdot 6\cdot 6^y = 807 \\ \frac{15}{5}\cdot 5^x - 6^y = 339 \end{cases} \begin{matrix} 5^x = t \\ 6^y = s \end{matrix}\right\}$ $\left.\begin{cases} 3t + 12s = 807 \\ 3t - s = 339 \end{cases}\right\} \begin{cases} s = 36 \\ t = 125 \end{cases}$ $\begin{matrix} 5^x = t \\ 6^y = s \end{matrix}$ $\left.\right\}$ $t = 5^x = 125 = 5^3 \Rightarrow \mathbf{x = 3}$; $s = 6^y = 36 = 6^2 \Rightarrow \mathbf{y = 2}$

2) $\begin{cases} lg\,x + lg\,y = 3 \\ 2\,lg\,x - 2\,lg\,y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} lg\,x + lg\,y = 3 \\ 2\,lg\,x - 2\,lg\,y = -1 \end{cases} \begin{matrix} lg\,x = t \\ lg\,y = s \end{matrix}$ $\begin{cases} t + s = 3 \\ 2t - 2s = -1 \end{cases} \begin{matrix} lg\,x = t \\ lg\,y = s \end{matrix}$ $\begin{cases} t = 5/4 \\ s = 7/4 \end{cases}$ $t = lg\,x = \frac{5}{4} \Rightarrow \mathbf{x} = 10^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{10^5}$; $s = lg\,y = \frac{7}{4} \Rightarrow \mathbf{y} = 10^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{10^7}$

3) $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 56 - \lg 20 \\ \lg x + \lg y = 1 + \lg 20 \end{cases}$ $\begin{cases} lg(x/y) = lg(56/20) \\ lg(xy) = lg\,200 \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{x/y = 56/20} \\ \cancel{xy = 200} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{35} \quad ; x_2 = -4\sqrt{35} \\ y_1 = 10\sqrt{35}/7 \, ; y_2 = -10\sqrt{35}/7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \lg_y (9-x) = 1/2 \\ \lg_x (y+9) = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 9 - x = y^{1/2} \\ y + 9 = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 9 - x = \sqrt{y} \\ y + 9 = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = (9-x)^2 \\ y = x^2 - 9 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 - 9 \\ (9-x)^2 = x^2 - 9 \end{cases}$ $\begin{cases} \mathbf{y = 16} \\ \mathbf{x = 5} \end{cases}$

5) $\begin{cases} lg\,x + lg\,y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$ $\begin{cases} lg(x.y) = lg\,100 \\ x - y = 20 \end{cases}$ $\begin{cases} x.y = 100 \\ x - y = 20 \\ x > 0 ;\; y > 0 \end{cases}$ $\left.\begin{cases} y_1 = -10 + 10\sqrt{2} \quad \cancel{y_1 = -10 - 10\sqrt{2}} \\ x_1 = 10 + 10\sqrt{2} \quad \cancel{x_2 = 10 - 10\sqrt{2}} \end{cases}\right\}$ $\begin{matrix} \mathbf{x = 10 + 10\sqrt{2}} \\ \mathbf{y = -10 + 10\sqrt{2}} \end{matrix}$

6) $\begin{cases} \lg x - \lg y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$ *Se resuelve de forma similar al* **5)**.

7) $\begin{cases} \lg_x (y-18) = 2 \\ \lg_y (x+3) = 1/2 \end{cases}$ *Se resuelve de forma similar al* **4)**.

8) $\begin{cases} lg_2 (3^y - 1) = x \\ 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = 6 \end{cases}$ $\left.\begin{cases} 3^y - 1 = 2^x \\ 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = 6 \end{cases} \; t = 2^x ; s = 3^y \right\}$ *A partir de aquí se resuelve de forma similar al* **1)**.

ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Resuelve en las siguientes ecuaciones logarítmicas:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2$

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4$

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1$

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2$

8) $5\,lg\,\dfrac{x}{2}+2\,lg\,\dfrac{x}{3}=3\,lg\,x-lg\,\dfrac{32}{9}$

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)$

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg5$

Resolución:

1) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3\Rightarrow lg\,2^{x^2-5x+9}+lg\,125=lg\,1000\Rightarrow lg\left(2^{x^2-5x+9}\cdot 125\right)=lg\,1000\Rightarrow 2^{x^2-5x+9}\cdot 125=1000\Rightarrow$

$2^{x^2-5x+9}=8\Rightarrow 2^{x^2-5x+9}=2^3\Rightarrow x^2-5x+9=3\Rightarrow x^2-5x+6=0\Rightarrow \mathbf{x_1=2,\ x_2=3}$

2) $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4\Rightarrow \lg[(2^{2-x})^{2+x}\cdot 1250]=\lg 10^4\Rightarrow (2^{2-x})^{2+x}\cdot 1250=10^4\Rightarrow (2^{2-x})^{2+x}=8\Rightarrow 2^{4-x^2}=2^3\Rightarrow$

$4-x^2=3\Rightarrow \mathbf{x_1=1,\ \ x_2=-1}$

3) $\dfrac{\lg 2+\lg(11-x^2)}{\lg(5-x)}=2\Rightarrow \lg 2+\lg(11-x^2)=2\cdot\lg(5-x)\Rightarrow \lg[2\cdot(11-x^2)]=\lg(5-x)^2\Rightarrow 2\cdot(11-x^2)=(5-x)^2\Rightarrow$..........

Al resolver la ecuación de segundo grado resultante da dos soluciones, ***$x_1=3$, $x_2=1/3$,*** *que son también soluciones de la ecuación logarítmica dada.*

4) $(x^2-4x+7)\lg 5+\lg 16=4\Rightarrow lg\,5^{x^2-4x+7}+lg\,16=lg\,10^4\Rightarrow$......... .... ***$x_1=1$, $x_2=3$***

Se resuelve de forma similar al ***1)***.

5) $\lg\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)+\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0\ ;\ x\geq 1\Rightarrow lg\,\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=lg\,1\ ;\ x\geq 1\Rightarrow \frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=1;\ x\geq 1\Rightarrow$

$\Rightarrow x+\sqrt{x^2-1}=x-\sqrt{x^2-1};\ x\geq 1\Rightarrow 2\sqrt{x^2-1}=0;\ x\geq 1\Rightarrow x^2-1=0;\ x\geq 1\Rightarrow$ **x=1**

6) $3\lg x-\lg 32=\lg(x/2)\Rightarrow lg\,\dfrac{x^3}{32}=lg\,\dfrac{x}{2}\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\dfrac{x^3}{32}=\dfrac{x}{2}\Rightarrow x^3=16x\Rightarrow x_1=0,\ x_2=-4,\ x_3=4\\ x>0\end{array}\right\}\mathbf{x=4}$

7) $\lg_2 x\cdot\lg_x 2x\cdot\lg_{2x} y=\lg_x x^2\Rightarrow \cancel{lg_2 x}\cdot\dfrac{\cancel{lg_2 2x}}{\cancel{lg_2 x}}\cdot\dfrac{lg_2 y}{\cancel{lg_2 2x}}=\dfrac{lg_2 x^2}{lg_2 x}\Rightarrow lg_2 y=\dfrac{2\cancel{lg_2 x}}{\cancel{lg_2 x}}\Rightarrow lg_2 y=2\Rightarrow$ **y=4, ∀x>0**

8) $5\lg\dfrac{x}{2}+2\lg\dfrac{x}{3}=3\lg x-\lg\dfrac{39}{9}\Rightarrow lg\left(\dfrac{x}{2}\right)^5+lg\left(\dfrac{x}{3}\right)^2=lg\left(\dfrac{x^3}{32/9}\right)\Rightarrow lg\left(\dfrac{x^5}{2^5}\cdot\dfrac{x^2}{3^2}\right)=lg\,\dfrac{9x^3}{32}\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\dfrac{x^7}{2^5\cdot 3^2}=\dfrac{9x^3}{32}\Rightarrow x^7=81x^3\\ x>0\end{array}\right.$

La ecuación $x^7=81x^3$ tiene tres soluciones reales, x=0, x=-3, x=3. De ellas, sólo ***x=3****, es solución de la ecuación logarítmica dada.*

9) $2\lg x=3+\lg(x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg 1000+\lg(x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg(1000x/10)\Rightarrow \lg x^2=\lg 100x\Rightarrow x^2=100x,\quad x>0\Rightarrow$ **x=10**

10) $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg5\Rightarrow lg\dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}}=lg\dfrac{10}{5}\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}}=2\Rightarrow \dfrac{3x+1}{2x-3}=4\Rightarrow$............ ***x=11/5***