12 de marzo

Repaso Bachillerato

1. Dados los puntos $B(-3, 4)$ y $C(0, -8)$: b) Halla el simétrico de B con respecto a C.

Llamamos $B'(x, y)$ al simétrico de B con respecto a C. Si B' es simétrico de B respecto de C, tiene que cumplirse que:

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB'}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BC} = (3, -12)\\ \overrightarrow{CB'} = (x-0, y+8)\end{array}\right\} \quad \text{Entonces} \quad \left.\begin{cases} x = 3\\ y+8 = -12\end{cases}\right\} \begin{array}{l} x = 3\\ y = -20\end{array}$$

Por tanto:

$$B'(3, -20)$$

2. Dados los puntos $A(2, -3)$, $B(-1, 4)$ y $C(x, 3)$, determina el valor de x para que A, B y C estén alineados.

Solución:

Para que los tres puntos estén alineados, las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ y de $\overrightarrow{BC}$ han de ser proporcionales

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (-3, 7)\\ \overrightarrow{BC} = (x+1, -1)\end{array}\right\} \quad \frac{-3}{x+1} = \frac{7}{-1} \quad \rightarrow \quad 3 = 7x + 7 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-4}{7}$$

3. Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que $A(-1, -2)$, $B(3, 1)$ y $C(1, 3)$.

Llamamos $D(x, y)$ al cuarto vértice.
Ha de cumplirse que:

$\overline{AB} = \overline{DC}$, es decir:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} = (4, 3)\\ \overline{DC} = (1-x,\ 3-y)\end{array}\right\} \begin{array}{lll} 4 = 1 - x & \rightarrow & x = -3\\ 3 = 3 - y & \rightarrow & y = 0\end{array}$$

Por tanto:

$$D(-3, 0)$$

4. ¿Cuál ha de ser el valor de k para que estas dos rectas sean paralelas?

$$x + 3y - 2 = 0 \qquad kx + 2y + 3 = 0$$

Solución:

Despejamos y en cada ecuación para obtener la pendiente de cada recta:

$$x + 3y - 2 = 0 \;\rightarrow\; 3y = -x + 2 \;\rightarrow\; y = \frac{-1}{3}x + \frac{2}{3} \;\rightarrow\; pendiente = -\frac{1}{3}$$

$$kx + 2y + 3 = 0 \;\rightarrow\; 2y = -kx - 3 \;\rightarrow\; y = \frac{-k}{2}x - \frac{3}{2} \;\rightarrow\; pendiente = \frac{-k}{2}$$

Para que sean paralelas, las pendientes

$$-\frac{1}{3} = -\frac{k}{2} \;\rightarrow\; -2 = -3k \;\rightarrow\; k = \frac{2}{3}$$

5. Escribe la ecuación general de la recta que pasa por $P(-1, 2)$ y es paralela a $3x - y + 4 = 0$

6. Sean las rectas r: 5x+2y-9=0, s: -10x-4y-4=0, t: 15x+6y-27=0 y u:x+y=0

Calcular la distancia entre: a) r y s b) r y t c) r y u

Solución: Antes de calcular las distancias tenemos que ver las posiciones relativas entre las dos rectas:

a) r y s → $\frac{-10}{5}=\frac{-4}{2}\neq\frac{-4}{-9}$ (S. I. Paralelas). Para calcular la distancia vemos la distancia de un punto arbitrario de s a la recta r.

s: -10x-4y-4=0 → Si x=0, y=-1. Q(0,-1)

d(r,s)=d(Q,r)=$\frac{|5\cdot 0+2(-1)-9|}{\sqrt{5^2+2^2}}=\frac{11}{\sqrt{29}}=\frac{11\cdot\sqrt{29}}{29}\ u$

b) r y t→ $\frac{15}{5}=\frac{6}{2}=\frac{-27}{-9}$ (S.C.I. coincidente). Como son la misma recta su distancia es cero→ d(r,t)=0

c) r y u → $\frac{1}{5}\neq\frac{1}{2}$(S.C.D. se cortan). Como se cortan la distancia entre ellas es cero d(r,u)=0

7. Dada la recta r: 2y=-3x+4, calcular:

a) La recta paralela a esta que pasa por P(1,-2) en general y continua b) La recta perpendicular que pasa por P(0,1) en continua

a) Primero calculemos la pendiente de r despejando y → y=$-\frac{3}{2}$x+2, m=$-\frac{3}{2}$

r' : y+2=$-\frac{3}{2}$(x-1)→ r: y=$-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$.

Para pasarla a continua calculemos un vector director, dos métodos

i) Calculamos otro punto P_2(5, -8) →$\overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{PP_2}$=(4,-6)
ii) A partir de la pendiente m=$-\frac{3}{2}$ → $\overrightarrow{v_r}$= (2,-3)

r': $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}$

b) m'=-1/m=2/3 → r: y-1=2/3(x-0) →r': y=2/3x+1

r': $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{2}$

8. Halla el valor de k para que las rectas $2x-3y+4=0$ y $-3x+ky-1=0$ sean perpendiculares.

Solución:

Despejamos y para obtener la pendiente de cada recta:

$$2x-3y+4=0 \rightarrow 3y=2x+4 \rightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3} \rightarrow pendiente=\frac{2}{3}$$
$$-3x+ky-1=0 \rightarrow ky=3x+1 \rightarrow y=\frac{3}{k}x+\frac{1}{k} \rightarrow pendiente=\frac{3}{k}$$

Para que sean perpendiculares, tiene que cumplirse:

$$\frac{3}{k}=\frac{-1}{2/3}=\frac{-3}{2} \rightarrow k=-2$$

9. Calcula la distancia del punto $P(-3, 5)$ a la recta $r: y = 2x - 3$.

Solución:

Expresamos la recta en forma implícita:

$$r: y = 2x - 3 \quad \rightarrow \quad r: 2x - y - 3 = 0$$

Por tanto:

$$dist(P,r) = \frac{|2\cdot(-3)-5-3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{|-6-5-3|}{\sqrt{5}} = \frac{14}{\sqrt{5}} = \frac{14\sqrt{5}}{5}$$

10. Halla las coordenadas del punto simétrico de $P(3, -4)$ respecto a la recta $r: -3x + y + 2 = 0$.

1.º) Hallamos la ecuación de la recta, s, que es perpendicular a r y que

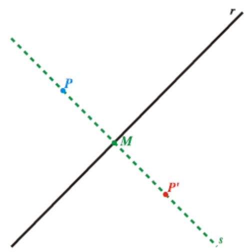
$$r: -3x + y + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad y = 3x - 2 \quad \rightarrow \quad pendiente = 3$$

La pendiente de s será $\frac{-1}{3}$. Por tanto:

$$s: y = -4 - \frac{1}{3}(x-3) \quad \rightarrow \quad 3y = -12 - x + 3$$

$$s: x + 3y + 9 = 0$$

2.º) Hallamos el punto de corte, M, entre r y s:



$$\left.\begin{array}{r} -3x + y + 2 = 0 \\ x + 3y + 9 = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y = 3x - 2 \\ x + 3(3x-2) + 9 = 0 \\ x + 9x - 6 + 9 = 0 \\ 10x = -3 \\ x = \frac{-3}{10} \quad \rightarrow \quad y = \frac{-9}{10} - 2 = \frac{-29}{10} \end{array}$$

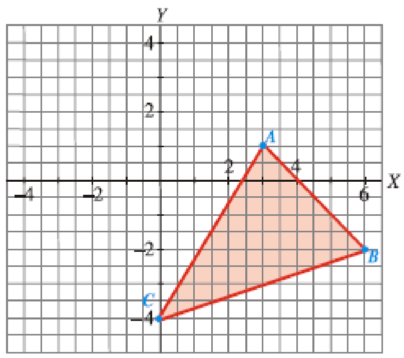
3.º) Si llamamos $P'(x, y)$ al simétrico de P con respecto a r, M es el p
P'. Por tanto:

$$\frac{3+x}{2} = \frac{-3}{10} \quad \rightarrow \quad 30 + 10x = -6 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-36}{10} = \frac{-18}{5}$$

$$\frac{-4+y}{2} = \frac{-29}{10} \quad \rightarrow \quad -40 + 10y = -58 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-18}{10} = \frac{-9}{5}$$

El punto buscado es $P'\left(\frac{-18}{5}, \frac{-9}{5}\right)$.

11. Halla el área del triángulo de vértices: $A(3, 1)$ $B(6, -2)$ $C(0, -4)$



1.º) Tomamos el lado BC como base del triángulo:

$$base = \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

2.º) La altura es la distancia de A a la recta que pasa por B y C. Hallamos la ecuación de dicha recta:

$$pendiente = \frac{-4+2}{0-6} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$y = -4 + \frac{1}{3}x \quad \rightarrow \quad 3y = -12 + x \quad \rightarrow \quad r: x - 3y - 12 = 0$$

Por tanto:

$$altura = dist(A,r) = \frac{|3-3-12|}{\sqrt{1+9}} = \frac{12}{\sqrt{10}}$$

3.º) El área del triángulo es:

$$Área = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{\sqrt{40} \cdot \frac{12}{\sqrt{10}}}{2} = 12 \text{ u}^2$$

12. Hallar la ec. de la circunferencia de centro C(1;4) y que resulta tangente a la recta de ec. 3x+4y-4=0

Rta: El radio de la circunferencia es la distancia del centro a la recta tangente.

r= dist(C;recta) = $\frac{|3+16-4|}{\sqrt{9+16}} = 3$

Luego la ec. de la circunferencia es $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 3$